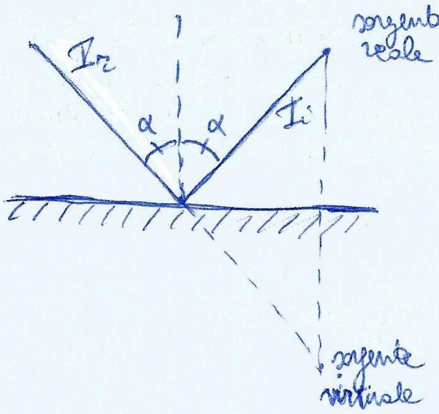
Riflessione, rifrazione e diffrazione

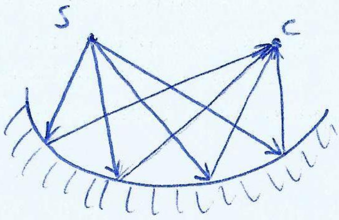
Esaminiamo questi tre fenomeni legati alle onde:

- riflessione: una parete "rispedisce indietro" l'onda. Esistono tre possibilità, date λ lunghezza d'onda e μ irregolarità della superficie:

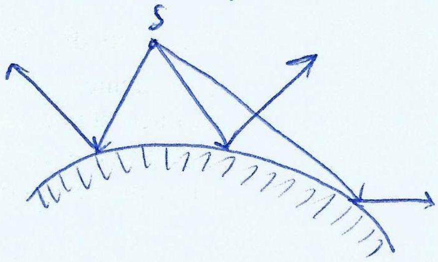
•) riflessione regolare se $\lambda \gg \mu$, cioè se la lunghezza d'onda è molto maggiore delle dimensioni delle irregolarità. Il fenomeno varia a seconda della superficie:



Superficie piana

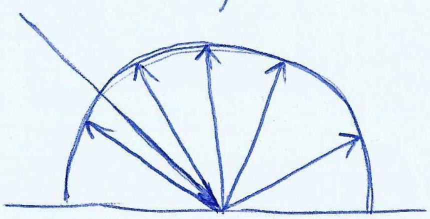


Superficie concava: i raggi riflessi convergono in un punto



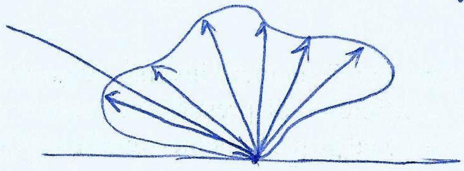
Superficie convessa: i raggi riflessi divergono

••) riflessione diffusa se $\lambda \simeq \mu$:



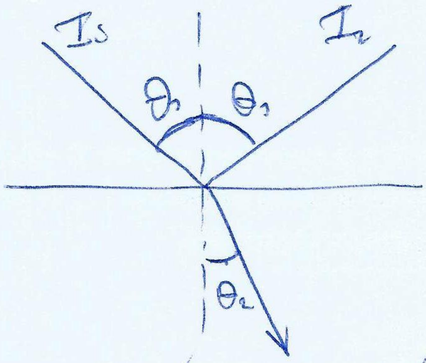
La distribuzione segue una semicirconferenza.

•••) riflessione reale: in realtà avviene un fenomeno medio tra la riflessione regolare e quella diffusa:



La riflessione viene studiata col ray-tracing: si generano raggi e si guarda dove vanno a finire.

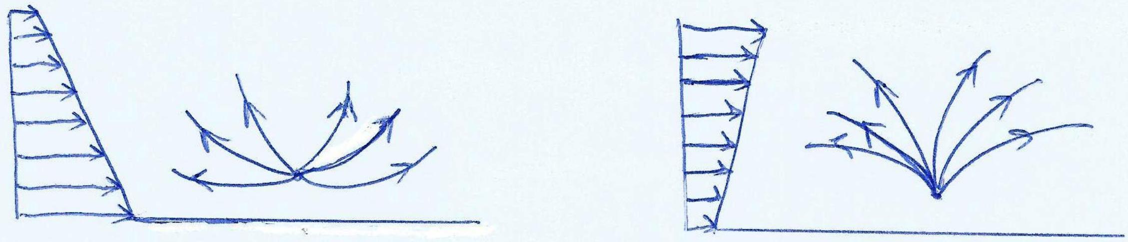
- rifrazione: quando l'onda attraversa un materiale diverso da quello di partenza la sua direzione cambia:



$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

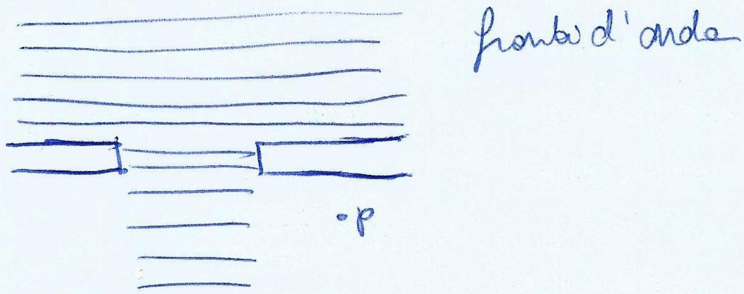
Con c_1 e c_2 velocità del suono nei due mezzi.

Il cambiamento è dovuto alle differenti densità del materiale. Quindi la direzione cambia anche se c'è un gradiente di temperatura all'interno dello stesso materiale:



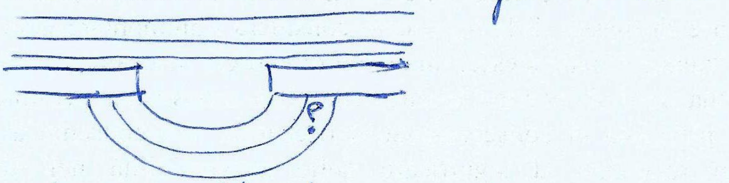
- diffrazione: avviene quando l'onda incontra un ostacolo da superare o deve passare per un'apertura:

•) se $d \gg \lambda$ (l'apertura è molto più grande della lunghezza d'onda):



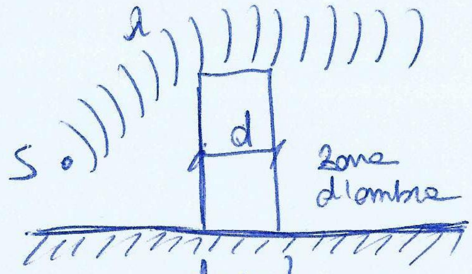
P si trova nella zona d'ombra, dove il suono non è percepibile.

•) se $d \simeq \lambda$ (apertura confrontabile con la lunghezza d'onda):

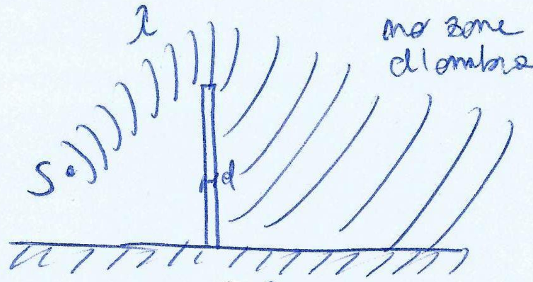


Non ci sono zone d'ombra! anche P è investito dal suono.

Se invece l'onda deve scavalcare un edificio si hanno gli stessi effetti:



$d >> \lambda$



$d \approx \lambda$

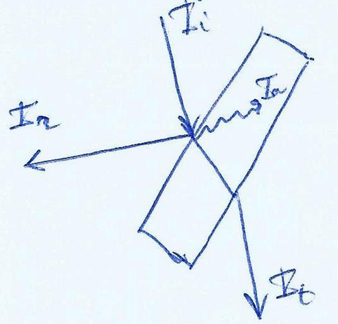
Un luogo non può dunque essere totalmente schermato. Si sfrutta anche la forma per le schermature: la sommità dei pannelli autostradali è cilindrica perché in tal modo si riduce la diffrazione.

Se l'ostacolo è molto più piccolo della lunghezza d'onda, $\lambda >> L$, il suono si propaga come se l'ostacolo non ci fosse.

Propagazione in ambienti confinati

Consideriamo una sorgente puntiforme in una stanza.
Possiamo studiare la propagazione del suono seguendo i raggi e i fenomeni di diffrazione e rifrazione che subiscono oppure usare l'equazione di d'Alembert (molto complesso in chiese o teatri).

In prima approssimazione facciamo una serie di semplificazioni. Definiamo (come abbiamo fatto per l'irraggiamento):



$$I_i = I_t + I_a + I_r \Rightarrow 1 = \frac{I_t}{I_i} + \frac{I_a}{I_i} + \frac{I_r}{I_i}$$

Una parte dell'intensità viene riflessa, una trasmessa e una assorbita:

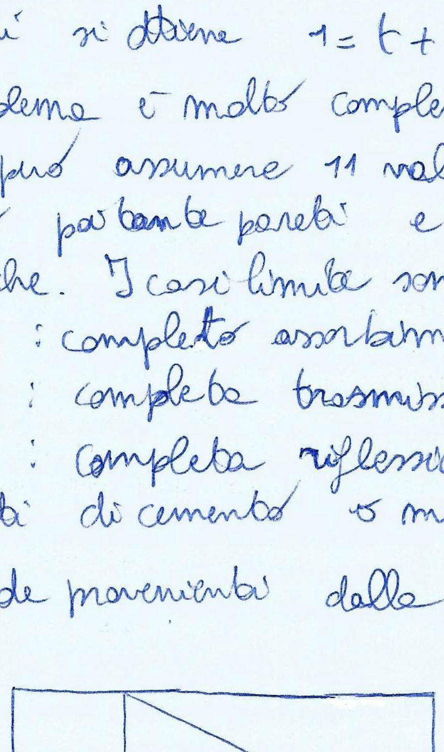
coeff. trasmissione sonora	coeff. assorbimento sonoro	coeff. riflessione sonora
$t = \frac{I_t}{I_i}$	$a = \frac{I_a}{I_i}$	$r = \frac{I_r}{I_i}$

Quindi si ottiene $1 = t + a + r$.

Il problema è molto complesso: in bande d'ottava ogni coefficiente può assumere 11 valori diversi, in terzo d'ottava 33. Ci sono parecchie pareti e superfici ciascuna con le sue caratteristiche. I casi limite sono:

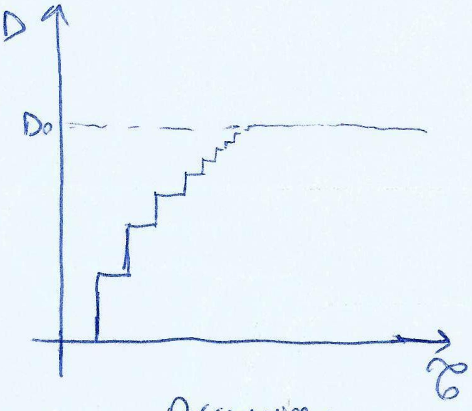
- $a = 1$: completo assorbimento (camera anecoica);
- $t = 1$: completa trasmissione (finestra aperta);
- $r = 1$: completa riflessione (camera riverberante con pareti di cemento o metalliche).

Le onde provenienti dalla sorgente nella stanza rimbalzano

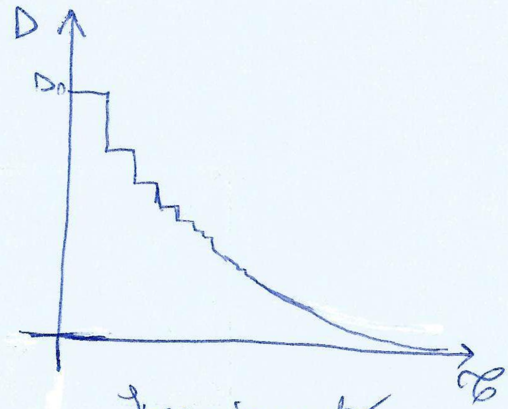


I raggi sonori raggiungono il ricevitore in modo diretto o con una o più riflessioni. Non accade però che in un unico istante si raggiunga la situazione definitiva: esiste un periodo detto transitorio, dall'accensione della sorgente al raggiungimento della stazionarietà.
Allo stesso modo, quando la sorgente smette di emet-

tre suono lo smorzamento è graduale:



Accensione



Spegnimento (decadimento sonoro)

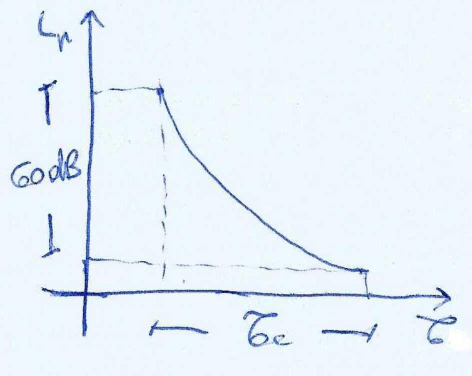
Nulla accade istantaneamente!

La densità sonora raggiunge asintoticamente il livello D_0 (accensione) o quello nullo (spegnimento). Si parla di riverberazione, cioè di disordinata e diffusa riflessione dei raggi acustici.

Si definisce tempo convenzionale di riverberazione τ_c il tempo in cui la densità sonora nell'ambiente si riduce ad un milionesimo del valore iniziale da quando si spegne la sorgente:

$$\frac{D(\tau_c)}{D_0} = 10^{-6} \Rightarrow D(\tau_c) = 10^{-6} \cdot D_0$$

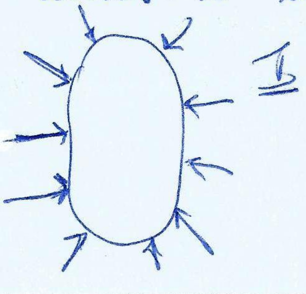
Il livello sonoro si riduce di 60 dB:

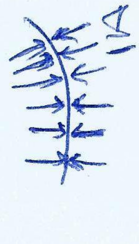


$$L(\tau_c) = L_{p0} - 60\ dB$$

La riverberazione complica la comprensione uditiva: è per questo che nelle aule scolastiche si usa poca riverberazione.

Concentriamoci sul campo diffuso, quello in cui non esistono direzioni privilegiate di propagazione delle onde. L'intensità sonora attraverso una superficie è nulla:





Bilancio energetico:

$$W(1-a_m) = I\, a_m \cdot S$$

a_m è il coeff. di assorbimento sonoro medio dell'ambiente

Si ha $a_m = \frac{\sum_i S_i a_i}{\sum_i S_i} = \frac{\sum_i S_i a_i}{S_{TOT}}$ nell'equazione di bilancio $W(1-a_m) = I \cdot a_m \cdot S$, che uguaglia l'energia sonora entrante a quella uscente. Ricordando che $D = \frac{4I}{c} \Leftrightarrow I = \frac{D \cdot c}{4}$:

$$W(1-a_m) = \frac{c \cdot D}{4} \cdot a_m \cdot S_{TOT} \Rightarrow D = \frac{4W}{c \cdot \frac{a_m \cdot S_{TOT}}{1-a_m}}$$

Con la costante d'ambiente $R = \frac{a_m \cdot S_{TOT}}{1-a_m}$: $D = \frac{4W}{cR}$. Si può approssimare $A^* = \sum_i a_i S_i = a_m \cdot S_{TOT} \simeq R$:

$$D = \frac{4W}{c \cdot A^*}$$

Dal punto di vista della pressione sonora, essa è somma del contributo diretto p_d^2 più quello diffuso p_r^2 (riverberato):

$$p_{e\,tot}^2 = p_{ed}^2 + p_r^2$$

Se la sorgente, come abbiamo assunto, è puntiforme, si ha configurazione sferica. Per il contributo diretto:

$$\begin{cases} I = \frac{p_{e,d}^2}{\rho c Q} \\ I = \frac{W}{4\pi r^2} \end{cases} \Rightarrow p_{ed}^2 = \frac{\rho c W Q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{p_{ed}^2}{Q} = p_{eis}^2$$

Per il contributo diffuso:

$$\begin{cases} D = \frac{4W}{cR} \\ D = \frac{p_{er}^2}{\rho c^2} \end{cases} \Rightarrow p_{er}^2 = \frac{4W\rho c}{R}$$

Sommando:

$$p_{e\,tot}^2 = p_{ed}^2 + p_{er}^2 = \frac{\rho c \cdot W \cdot Q}{4\pi r^2} + \frac{4W\rho c}{R} = W\rho c\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{p_{e\,tot}^2}{p_0^2} = \frac{W\rho c}{p_0^2}\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right) = \frac{W}{W_0}\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right)$$

$$\Rightarrow 10 \log \frac{p_{e\,tot}^2}{p_0^2} = 10 \log\left[\frac{W}{W_0}\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right)\right]$$

$$\Rightarrow L_p = 10 \log \frac{W}{W_0} + 10 \log\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right) =$$

$$= L_W + 10 \log\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right)$$

Abbiamo ottenuto il livello di pressione sonora in un punto nel caso di perfetta diffusione. È un caso ideale, ma approssima bene la realtà.

L'espressione di L_p scoperta mostra che nelle vicinanze della sorgente il suono dipende più dalla distanza $\left(\frac{Q}{4\pi r^2}\right)$ che dalle caratteristiche dell'ambiente $\left(\frac{4}{R}\right)$. Viceversa a maggior distanza il suono dipende più dall'ambiente che dalla distanza.
Il contributo diretto raggiunge distanze tanto più elevate quanto più l'ambiente è fonoassorbente.
Una sorgente si considera puntiforme se la sua massima dimensione è 1/7 della distanza dal ricettore.
Il tempo di riverberazione di un'aula deve essere compreso tra 0,5 e 1,0 secondi.

Il tempo di riverberazione si ottiene uguagliando le due espressioni dell'energia sonora, $E_T = D_0 V$ e $E_T = I_0 \cdot S \cdot \Delta\bar{\tau}$:

$$\Delta\bar{\tau} = \frac{D_0 \cdot V}{I_0 \cdot S}$$

Per campo diffuso $I_0 = \frac{D_0 \cdot c}{4}$, quindi:

$$\Delta\bar{\tau} = \frac{4 \cdot V}{c \cdot S}$$

Consideriamo una serie di intervalli per vedere cosa accade nel tempo: $\tau_0 + \Delta\bar{\tau}$, $\tau_0 + 2\Delta\bar{\tau}$, $\tau_0 + 3\Delta\bar{\tau}$, $\tau_0 + 4\Delta\bar{\tau}$, ..., $\tau_n + n\Delta\bar{\tau}$
Ogni volta che c'è riflessione solo una parte del suono torna indietro:

τ	D
τ_0	D_0
$\tau_0 + \Delta\bar{\tau}$	$D_1 = D_0 \cdot r$
$\tau_0 + 2\Delta\bar{\tau}$	$D_2 = D_0 r^2$
$\tau_0 + 3\Delta\bar{\tau}$	$D_3 = D_0 r^3$
$\tau_0 + 4\Delta\bar{\tau}$	$D_4 = D_0 r^4$
$\vdots$	$\vdots$
$\tau_n + n\Delta\bar{\tau}$	$D_n = D_0 r^n$

Abbiamo $\frac{D_n}{D_0} = r^n$, da cui $\frac{I_n}{I_0} = r^n$. Inoltre $n = \frac{\tau}{\Delta\bar{\tau}} = \frac{\tau \cdot c \cdot S}{4V}$.
Sostituiamo:

$$\frac{D(\tau_c)}{D_0} = r^{\frac{\tau \cdot c \cdot S}{4V}} = 10^{-6}$$

Applichiamo il logaritmo:

$$\ln\left(r^{\frac{\tau \cdot c \cdot S}{4V}}\right) = \ln 10^{-6}$$

$$\Rightarrow \frac{\tau_c \cdot S}{4V} \ln r = \ln 10^{-6}$$

$$\Rightarrow \tau_c = \frac{4 \ln 10^{-6}}{340} \cdot \frac{V}{S \ln(1-a)} = -\frac{0{,}16\, V}{S \ln(1-a)}$$

È l'equazione di Eyring. Sviluppando il logaritmo, $\ln(1-a) = -\left(a + \frac{a^2}{2} + \dots\right) \simeq a$ si ottiene l'equazione di Sabine, valida per campo perfettamente diffuso o sabiniano:

$$\tau_c = -\frac{0{,}16\, V}{S \cdot a}$$

Concludiamo con un po' di esercizi!

- un altoparlante sviluppa 5 W di potenza. Qual è la variazione del livello di potenza sonora se si passa a 50 W?

$$L_{W1} = 10 \log \frac{W_1}{W_0} = 10 \log \frac{5}{10^{-12}} = 127,0 \text{ dB}$$
$$L_{W2} = 10 \log \frac{W_2}{W_0} = 10 \log \frac{50}{10^{-12}} = 137,0 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \Delta L_W = 10 \text{ dB}$$

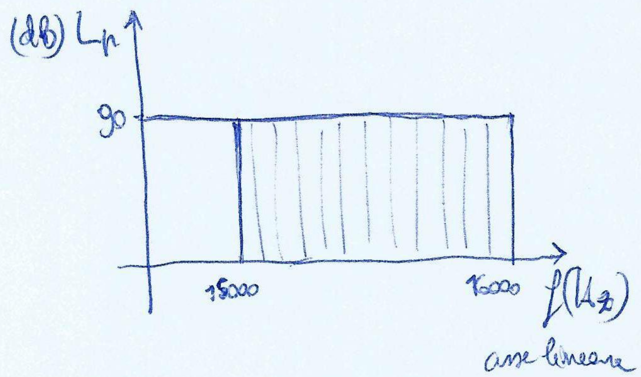
- un altoparlante si trova al centro di una sfera immaginaria di raggio 3 m. Ogni punto della sfera è a pressione sonora pari a 0,2 Pa. Calcoliamo il livello di pressione sonora a 3 m e il livello di potenza sonora della sorgente:

$$p_{e2} = 0,2 \text{ Pa} \Rightarrow L_{p2} = 20 \log \frac{p_e}{p_0} = 20 \log \frac{0,2}{20 \cdot 10^{-6}} = 80 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow L_{WS} = L_{p2} + 20 \log r + 11 \text{ dB} = 80 + 20 \log 3 + 11 \text{ dB} = 100,5 \text{ dB}$$

La sorgente si è assunta puntiforme e il campo è stato considerato libero.

- ecco il rumore bianco di un aereo:



Calcoliamo il livello di pressione sonora:

$$L_p = 10 \log \int_{f_1}^{f_2} 10^{\frac{L_p(f)}{10}} df, \quad L(f) = \text{cost}$$

$$\Rightarrow L_p = 10 \cdot \log\left[10^{L_p/10} \cdot (f_2 - f_1)\right] = 10 \log 10^{L_p/10} + 10 \log (f_2 - f_1) =$$
$$= L_p + 10 \log (f_2 - f_1) = 90 + 10 \log(1000) = 120 \text{ dB}$$

- una piccola camera riverberante di dimensioni $2,4 \cdot 2,6 \cdot 3$ m^3 viene usata per misurare il coefficiente di assorbimento di una mattonella acustica. Quando le pareti della camera sono nude il tempo di riverberazione è 5,0 s. Quando invece due pareti laterali adiacenti sono rivestite con la mattonella il tempo scende a 0,4 s. Determiniamo il coefficiente di assorbimento effettivo:

$$T_c = \frac{-0,16 V}{S \ln(1 - \alpha_m)} \qquad V = 18,72 \text{ m}^3 \qquad S = 42,48 \text{ m}^2$$

Ci serve a_m (con $\tau_c = 5{,}0\ s$)

$$\ln(1-a_m) = \frac{-0{,}16V}{S\,\tau_c} \Rightarrow a_{m_0} = 1 - e^{-\frac{0{,}16V}{S\cdot\tau_c}} = 0{,}0140$$

Con $\tau_c = 0{,}4\ s$:

$$a_{m_1} = 1 - e^{-\frac{0{,}16V}{S\tau_c}} = 0{,}1616$$

Abbiamo:

$$a_{m_1} = \frac{a_{m_0}(S - S_{mob}) + a_{mob}\cdot S_{mob}}{S}$$

Con $S_{mob} = (2{,}4 + 2{,}7)\cdot 3 = 15{,}3\ m^2$. Quindi:

$$a_{mob} = \frac{a_{m_1} S - a_{m_0}(S - S_{mob})}{S_{mob}} = 0{,}42$$

- un ufficio ha $V = 1600\ m^3$ e assorbimento complessivo del suono di $A_0^* = 80\ m^2$ (senza mobili). Qual è l'assorbimento necessario per avere un τ_{c_1} di riverberazione ottimale di $1{,}2\ s$?

$$\tau_{c_0} = \frac{0{,}16\ V}{A_0^*} = 3{,}2\ s \qquad A_1^* = \frac{0{,}16\cdot V}{\tau_{c_1}} = 213\ m^2$$

τ_{c_0} è il tempo di riverberazione delle pareti nude, A_1^* è l'area di assorbimento che si dovrebbe avere per ottenere τ_{c_1}.
Rivestiamo allora con pannelli con $a_p = 0{,}45$:

$$A_1^* = A_0^* + S_p\cdot a_p \Rightarrow S_p = \frac{A_1^* - A_0^*}{a_p} = 296\ m^2$$